メジアン（新課程）139の(2)

問題 $x+y+z+w=18$，$x \geqq 8$，$y \geqq 4$，$z \geqq 2$，$w \geqq 0$ を満たす整数 x，y，z，w の組 $(x,\ y,\ z,\ w)$ の個数は $\boxed{}$ 個である。（早稲田大）

方針 場合分けが必要ですが, 自由度が低いのは x や y ですから, $(x\,,\,y)$ の組で場合分けをすれば, 規則性が出てきます。

また, $(x\,,\,y)$ の組に加え, z が何通りあるかを考えれば, 残りの w は常に 1 通りですね。

(ア)　$(x\,,\,y)=(8\,,4)$のとき　$z=2\,,3\,,4\,,5\,,6$ の5通り。

$(x\,,\,y)=(8\,,5)$のとき　$z=2,3\,,4\,,5$ の 4 通り。

$(x\,,\,y)=(8\,,6)$のとき　$z=2\,,3\,,4$ の 3通り。

$(x\,,\,y)=(8\,,7)$ のとき　$z=2\,,\ 3$ の 2 通り。

$(x\,,\,y)=(8\,,8)$ のとき　$z=2$ の1通り。

以上より, $x=8$ のときは　$5+4+3+2+1=15$（通り）

(イ)　$x=9$ のとき, z はそれぞれ1つずつ減るので　$4+3+2+1=10$（通り）

(ウ)　$x=10$ のとき, 同じく z はそれぞれ 1 つずつ減るので　$3+2+1=6$（通り）

(エ)　$x=11$ のとき, 同様に　$2+1=3$（通り）

(オ)　$x=12$ のとき, 同様に　1（通り）

(ア)～(イ) より, 求める組の個数は　$15+10+6+3+1=35$（通り）