

一次関数をマスターする①

中学2年生になって学ぶ一次関数は、その後の様々な関数の土台とも言えるとても大切な単元です。高校生になって学ぶ数学のハイライトとも言うべき微分積分も、実は、その理解の基礎に一次関数が位置しています。そんな大切な一次関数です。「難しいから嫌だ」などと簡単に音を上げず、辛抱強く取り組んでしっかりマスターして下さいね。

【関数とは何か】

一次関数を取り上げる前に、まず、「関数とは何か」を理解する必要があります。よく「 y は x の関数である」などと言いますが、その意味をしっかりと理解している人は、実際のところ、進学校の高校生ですら余り多くはありません。「 y は x の関数である」とは、「 x の値が決まると、 y の値がただひとつに決まる」ことを意味します。

【一次関数とは何か】

「一次関数とは何か」という問いに端的に答えると、 $y=ax+b$ (a, b は数字) の形をしている関数のことを言いますが、その一次関数という言葉の意味には2つの要素があります。まずは、一次関数の「一次」ですが、これは文字を掛け合わせている回数のことを言います。 $3x^2$ の次数は x が2個掛け合わされているから2次で、 $-4x^3$ の次数は x が3個掛け合わされているので3次となります。では、 x^2+x+2 は何次の式か分かりますか。「 x^2 が2次で、 x が1次だから3次だろう」って考えたあなた、それ間違いです。別に x^2 と x を掛け合わせている訳ではありませんから、足しても次数は上がりません。こういう場合は、一番次数の高い項(※この式をつくる x^2 や x 、そして2のことを「項」と呼びます。)に着目し、 x^2+x+2 の次数は2次であると考えます。つまり、 $y=3x+5$ の式は、 y が x の一次式で表された関数だから一次関数と呼ぶわけです。

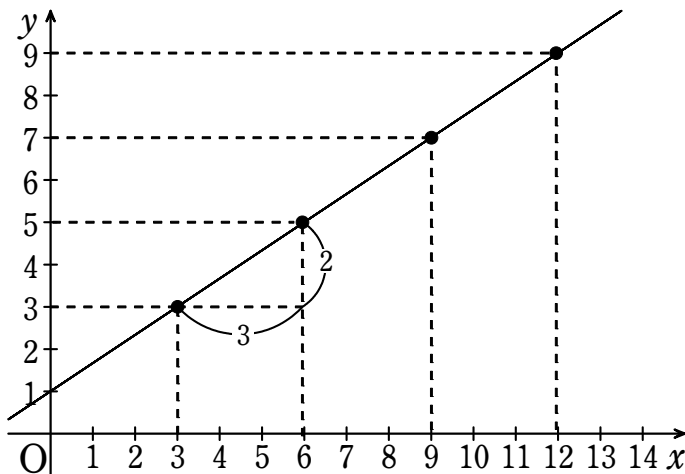
【傾きと切片】

$y=ax+b$ の式において、数字の a のことを「傾き」と言い、 b のことを「切片」と言います。では、なぜ a を「傾き」と呼び、 b を「切片」と呼ぶのでしょうか。勿論、それには理由があります。例として、 $y=\frac{2}{3}x+1$ について考えてみましょう。この式を利用し、対応する x の値と y の値を求めて見ます。

x	3	6	9	12	15
y	3	5	7	9	11

左は $y=\frac{2}{3}x+1$ について、 x に順に3, 6, 9, 12, 15を代入して y の値を求めそれを表

にしたものです。これを使って座標平面上に点を取り、それを結んで出来たのが左下のグラフです。



表を見ても、グラフを見ても分かるように、隣合う2点をよく見ると、常に x が3増加すると y が2増加していますね。これはグラフの傾きに関わる数字の変化を意味しますから、「傾き」と呼ぶのです。

また、直線における「傾き」のことを別名「変化の割合」と呼び、「傾き」=「変化の割合」= $\frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}$ ということになります。

一次関数をマスターする①

では、 $y=ax+b$ において、どうして b のことを「切片」と呼ぶのでしょうか。 $y=ax+b$ の式に $x=0$ を代入するとどうなりますか。そうです。 b になりますね。つまり b は y 軸上の点 $(0, b)$ であることを表しており、 y 軸上でグラフを切った時のかけらですから、切った時のかけらを意味する「切片」と呼ぶのです。どうですか。傾きと切片について理解出来ましたか。

【 y の増加量と y の値を混同するな】

教室で中学生を相手に授業をしているときに、よく経験することなのですが、「 $y=\frac{2}{3}x+1$ において、 x の値が3増加すると y はいくつ増加しますか」と問うと、必ずといって良いくらい「3です」と答える人が出てきます。これは明らかに間違っています。間違った人は $y=\frac{2}{3}x+1$ の式に $x=3$ を代入し、 $y=\frac{2}{3}\times 3+1=3$ として3と答えているのですが、 y の増加量と y の値は同じではありません。上の問いでは、 x の値が3増加するときの y の増加量を尋ねているのですから、「傾き」つまり「変化の割合」だけしか関係ありません。「変化の割合 = $\frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}$ 」で、

$\frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}} = \frac{2}{3}$ なのですから、ズバリ y の増加量は2になります。では、 $y=\frac{2}{3}x+1$ において、 x の増加量が9の

時、 y の増加量はいくつになりますか。 $\frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}} = \frac{2}{3} = \frac{\square}{9}$ より、 \square に当てはまる数は6となり、答えは6が

正しいですね。くれぐれも y の増加量と y の値を混同してはいけません。