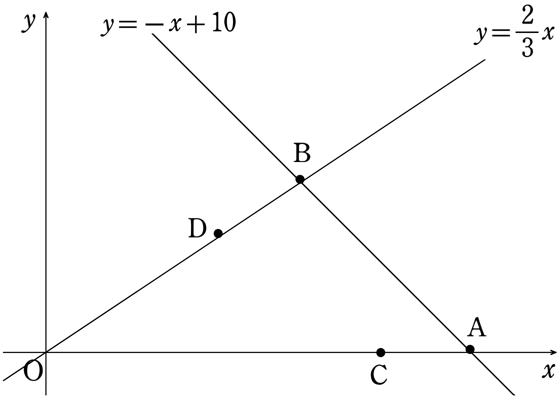
一次関数の応用 ① − 2

【３】下の図で, 点Aは直線 $y=-x+10$ と x軸との交点。点Bは直線 $y=-x+10$ と $y=\dfrac{2}{3}x$ の交点である。また , 点Cの座標は $(8\,,0)$ で , 点Dは線分OB上の点である。このとき, 次の問に答えなさい。

(1) 点Bを通り, △OABの面積を２等分する直線の式を求めなさい。

(2) 点Dの x 座標を t とするとき , △OCDの面積を t を使った式で表しなさい。

(3) 直線CDが△OABの面積を２等分するとき , 点Dの座標を求めなさい。



【３】

(1) 点Aの座標は , y 座標が 0 だから, x 座標は $y=-x+10$ の式に , $y=0$ を代入し , $0=-x+10$ より $x=10$ となる。よって OA$=10$ となる。また , 点Bの座標は , ２直線 $y=-x+10$ と $y=\dfrac{2}{3}x$ の交点だから , ２式から y を消去すると , $\dfrac{2}{3}x=-x+10$。この両辺に 3 をかけて

$2x=-3x+30$　$5x=30$　$\therefore\ x=6$　これを $y=-x+10$ に代入し , $y=4$ となる。つまり , 点Bの座標は $B(6\,,4)$ となり , △OABの高さは 4となる。このとき △OABの面積は $10\times4\times\dfrac{1}{2}=20$ である。ところで , この面積を二等分し , 点Bを通る直線は OAの中点を通る。 その座標は $(5\,,0)$ であり , 点 $(5\,,0\,)$ と点 $B(6\,,4)$ を通る直線の傾きは $\dfrac{4-0}{6-5}=4$ だから , その式を $y=4x+b$ とおくと, それが点 $(5\,,0)$ を通ることより $0=20+b$　$\therefore\ b=-20$　よって , 求める式は $y=4x-20$ となる。

(2) 点Dは , 直線 $y=\dfrac{2}{3}x$ 上にあるので , その x 座標を t とすると , y 座標は $y=\dfrac{2}{3}t$ 。つまり 点Dの座標は$D\left(t\,,\dfrac{2}{3}t\right)$ となる。このとき, △OCDの面積は , 点Cの座標が $C(8\,,0)$ であることより , 底辺OCの長さは8となり, △OCDの高さは点Dの y 座標で $\dfrac{2}{3}t$ となる。よって 求める面積は

$8\times\dfrac{2}{3}t\times\dfrac{1}{2}=\dfrac{8}{3}t$ となる。

(3) 直線CDは△OABの面積を2等分するので , △OCDの面積は 10となる。このとき $\dfrac{8}{3}t=10$ より , $t=\dfrac{15}{4}$ 。つまり , 点Dの座標は $D\left(\dfrac{15}{4}\,,\dfrac{5}{2}\right)$ となる。