

一次関数の応用 ① - 1

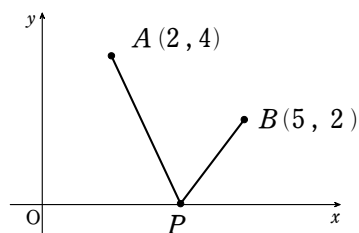
【1】 次の問に答えなさい。

(1) 2直線 $y=2x+a$, $x+ay=14$ の交点が $(b+1, 3)$ であるとき, a, b の値を求めなさい。

(2) 3直線 $x+y+6=0$, $2x-y=3$, $ax-3y=8$ が1点で交わる時, a の値を求めなさい。

(3) 2直線 $x+y=a$, $x-2y=b$ の交点と原点について対称な点の座標が $(-1, 2)$ であるとき, a, b の値を求めなさい。

【2】 図のように, 2点 $A(2, 4)$, $B(5, 2)$ と x 軸上を動く点 P がある。線分 AP と線分 BP の長さの和が最小となる時, 点 P の座標を求めなさい。



【1】

(1) グラフ上の点の座標は, そのグラフの方程式を満たすから, 2つのグラフの交点の座標 $(b+1, 3)$ を 2直線の式 $y=2x+a$, $x+ay=14$ の両方に代入すると

$$\begin{cases} 3=2b+2+a \\ b+1+3a=14 \end{cases} \quad \text{つまり} \quad \begin{cases} a+2b=1 \cdots \text{①} \\ 3a+b=13 \cdots \text{②} \end{cases} \quad \text{となる。}$$

$$\begin{array}{r} \text{①} \times 3 - \text{②} \text{より} \\ 3a+6b=3 \\ -3a+b=13 \\ \hline 5b=-10 \end{array}$$

$b=-2$ を ① に代入し $a-4=1 \quad \therefore a=5$
よって $(a, b)=(5, -2)$

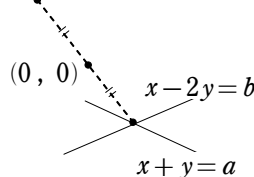
(2) まず, 2直線 $x+y+6=0$, $2x-y=3$ の交点の座標を求めます。

$$\begin{cases} x+y=-6 \cdots \text{①} \\ 2x-y=3 \cdots \text{②} \end{cases} \quad \text{について, ①} + \text{②} \text{より}$$

$$\begin{array}{r} x+y=-6 \\ +2x-y=3 \\ \hline 3x=-3 \end{array} \quad \text{つまり } x=-1. \text{これを ① に代入し}$$

$-1+y=-6 \quad \therefore y=-5$ よって $(x, y)=(-1, -5)$
この交点の座標は直線 $ax-3y=8$ 上にあるから
 $-a+15=8$ これを解いて $a=7$

(3) $(-1, 2)$

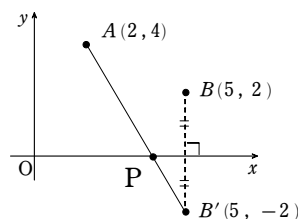


仮定より, 与えられた2直線の交点の座標は $(1, -2)$ である。これが2直線の方程式を満たすので, 連立方程式

$$\begin{cases} 1-2=a \\ 1+4=b \end{cases} \text{が成り立つ。}$$

これを解いて $(a, b)=(-1, 5)$

【2】



まず, 点 B と x 軸について対称な点を B' とし, その座標を求めると $B'(5, -2)$ となる。求める点 P の座標は, 直線 AB' と x 軸の交点である。ところで, 2点 $A(2, 4)$ と

$B'(5, -2)$ を結んだ直線の傾きは $\frac{-2-4}{5-2} = -2$ より, 直線

AB' の傾きは -2 となるので, その式を $y=-2x+b$ とおくと, これは点 $A(2, 4)$ を通るので, $4=-4+b \quad \therefore b=8$

よって 直線 AB' の式は $y=-2x+8$ となる。求める点 P の y 座標は 0 だから, x 座標は $0=-2x+8$ より, $x=4$ となる。よって, 求める点 P の座標は $P(4, 0)$ となる。